



1 вариант

ЧАСТЬ 1

1. Найдите наибольшее четырёхзначное число, которое в 198 раз больше суммы своих цифр. Решение обоснуйте.
2. На координатной прямой отмечены 5 точек с координатами 2; 25; -5; 8; 9. Найдите координату точки, сумма расстояний от которой до указанных 5 точек минимальна. Ответ обоснуйте.
3. Ключом шифрсистемы служит таблица 4×4 , в каждую ячейку которой записана одна из цифр 0, 1, 2. При этом должны делиться на 3 сумма цифр в каждой строке, сумма цифр в каждом столбце, а также суммы цифр на каждой из двух диагоналей, отмеченных пунктиром. На рисунке приведен один из возможных вариантов ключа. Сколько существует всего различных ключей?

1	1	2	2
2	1	1	2
0	0	1	2
0	1	2	0

ЧАСТЬ 2

4. На границе Криптоландии установлена пропускная система, имеющая 20 входов и 20 выходов (входы перед границей, выходы – уже в Криптоландии). Входы и выходы занумерованы независимо друг от друга числами от 1 до 20, причем в неизвестном для Криптоландии порядке. От каждого входа проложен один «прямой» туннель к одному из выходов, причем от разных входов – к разным выходам. От каждого выхода проложен один «обратный» туннель ко входу с тем же номером, что у этого выхода. Посетитель сам выбирает один из входов. Войдя в него, он попадает в лифт, в котором есть 2 кнопки: зеленая – «ехать», красная – «выходить». Система работает следующим образом. Посетитель, находясь в лифте около входа, нажимает зеленую кнопку, лифт по прямому туннелю доставляет его к соответствующему выходу. Находясь в лифте около выхода, посетитель может: 1) нажать зеленую кнопку, и тогда лифт по обратному туннелю доставит его ко входу с тем же номером; 2) нажать красную кнопку, и тогда выход откроется, но только если его номер совпадает с номером того входа, через который посетитель вошел первоначально. В противном случае (при несовпадении номеров) посетитель будет удалён за пределы Криптоландии и сможет воспользоваться правом посещения только через год. Алиса решила провести каникулы в Криптоландии. При этом ей стала известна схема прямых туннелей системы пропуска:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
20	11	10	12	18	1	4	7	17	8	5	19	6	3	13	9	16	2	14	15

Здесь верхнее число является номером входа, а стоящее под ним число – номером того выхода, к которому ведет прямой туннель. За какое минимальное число поездок по туннелям Алиса сможет гарантированно попасть в Криптоланию? Ответ обоснуйте.

5. Для зашифрования осмысленного слова его буквы заменили числами x_1, x_2, \dots, x_n по таблице. Затем выбирали четные натуральные числа p и q и для каждого числа x_i из соотношений $x_i = y_i + pz_i$, $z_i = y_i + qx_i$ нашли целые числа y_i и z_i . Потом по формулам $z'_i = r_{32}(z_i)$, $i = 1, \dots, n$ получили числа z'_1, \dots, z'_n (где $r_{32}(a)$ – остаток от деления числа a на 32), которые вновь заменили буквами согласно таблице. В результате получили вот что: **ХСКИЩА**. Найдите исходное слово, если известно, что оно начинается на букву **Щ**.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

6. Устройство принимает на вход и выдает на выход наборы из n битов (причем $n \geq 5$). Поданный на вход набор $x = (x_1, \dots, x_n)$ преобразуется в выходной набор $h(x) = (x_1 \oplus x_{n-1}, x_2 \oplus x_n, x_2 \oplus x_3, x_3 \oplus x_4, \dots, x_{n-2} \oplus x_{n-1}, x_1 \oplus x_n)$, где \oplus – стандартная операция сложения битов: $0 \oplus 0 = 1 \oplus 1 = 0$, $0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1$. Подав теперь этот набор $h(x)$ на вход, получим на выходе набор $h(h(x)) = h^{(2)}(x)$, который вновь подадим на вход и получим $h^{(3)}(x)$ и т.д. Докажите, что если все наборы $x, h(x), h^{(2)}(x), \dots, h^{(k)}(x)$ оказались различными, то $k \leq 2^{n-1}$.